

## PIERRE CURIE E A SIMETRIA DAS GRANDEZAS ELETROMAGNÉTICAS

*Cibelle Celestino Silva*

### 1. Introdução

A importância da história da ciência como um dos elementos do ensino de ciências é resultado das pesquisas em ensino de física dos últimos anos e é um consenso entre a maioria dos pesquisadores da área (Matthews 1994). Há muitas formas de se usar a história da ciência como um dos elementos envolvidos no ensino de ciências. A escolha depende do objetivo pedagógico e do tipo de estudantes, que pode incluir estudantes de nível médio, estudantes de graduação, professores, etc. O objetivo pode ser aprender teorias científicas e conceitos, discutir sobre a natureza da ciência e seu método, a relação entre ciência e o contexto social, entre outras coisas.<sup>1</sup> Examinando exemplos históricos, com o distanciamento emocional que isso permite, estudantes e professores podem perceber que, na história, sempre houve discussões e alternativas, que algumas pessoas já tiveram idéias e dificuldades semelhantes às que ele próprio tem.

Um dos aspectos interessantes do uso da história da ciência no ensino é esclarecer conceitos ensinados em sala de aula que nem sempre são óbvios e diretos como os livros texto insistem em nos fazer crer. Entre eles estão alguns conceitos presentes na teoria eletromagnética.

O eletromagnetismo geralmente é ensinado de forma bastante abstrata e dogmática, com poucas discussões sobre a evolução e significado de seus conceitos e das várias equações matemáticas nele envolvidas.<sup>2</sup> Como um exemplo disso, podemos analisar o caso da força agindo sobre uma carga em movimento em campo magnético. Quando este assunto é ensinado, o aluno aprende a determinar a direção e sentido da força utilizando a “regra da mão direita”, que determina que esta força é perpendicular ao plano definido pela velocidade e campo. Normalmente o ensino deste assunto restringe-se a treinar os alunos a “mexerem as mãos” corretamente. Isso é muito pouco, obviamente. Um aluno pode perguntar-se o porquê desta regra, por que ela é da “mão direita” e não da “mão esquerda”, por quê envolve três dedos perpendiculares entre si, e várias outras coisas. Infelizmente a maior parte dos professores responderá que é assim porque é, que isso é uma convenção ou mesmo que estas perguntas são tolas. Mas será que são mesmo?

Para discutir questões deste tipo, este capítulo analisa como o físico francês Pierre Curie (1859-1906), no final do século XIX, aliou seus argumentos teóricos sobre as propriedades de simetria de grandezas físicas com resultados experimentais, tais como eletrólise e polarização da luz, para determinar as propriedades de simetria das grandezas eletromagnéticas. Vamos também analisar a experiência de Ørsted usando argumentos modernos de simetria para entendermos a aparente quebra de simetria que ocorre no desvio de uma agulha imantada próxima a um fio percorrido por uma corrente. Veremos que as dificuldades citadas acima também estão relacionadas com os símbolos usados para representar os diferentes tipos de grandezas vetoriais (Silva 2002).

### 2. Argumentos de simetria

Imagine, por exemplo, dois objetos em repouso: uma esfera com uma carga elétrica distribuída uniformemente em sua superfície, e uma carga elétrica próxima a ela, como representado na figura 1.

---

<sup>1</sup> Há muitas discussões sobre os possíveis usos da História da ciência no ensino. Ver, por exemplo: Brush 1969; Brouwer e Singh 1983; Justi & Gilbert 2000; Silva & Martins 2003.

<sup>2</sup> Sobre a evolução de alguns dos conceitos e equações matemáticas da teoria eletromagnética, veja Silva 2002.



Figura 1. Duas esferas carregadas.

Sem utilizar equações e sem saber os valores de várias grandezas (cargas, distâncias) não podemos prever qual será o valor da força entre esses dois corpos. No entanto, por um simples argumento de simetria, podemos dizer que a força entre a esfera maior e a carga menor terá a direção da reta que une os seus centros, para um lado ou para o outro, como mostra a figura 2.

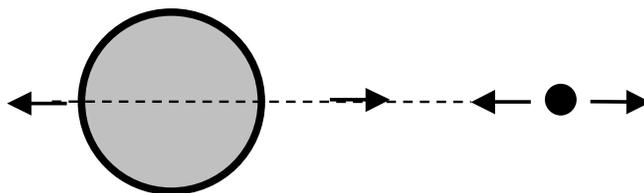


Figura 2. Forças entre duas esferas carregadas.

Não é preciso utilizar nenhuma lei do eletromagnetismo para chegar a essa conclusão sobre a direção da força. Essa conclusão se baseia apenas na simetria da situação. Se, em vez de forças elétricas, pensarmos em forças gravitacionais, a conclusão será exatamente a mesma (porém, como só existem forças gravitacionais atrativas, poderíamos também saber o *sentido* da força).

Suponhamos, no entanto, que em vez da esfera carregada temos um objeto com outra forma – um retângulo, como o representado na figura 3, por exemplo. Nesse caso, o que poderíamos afirmar?

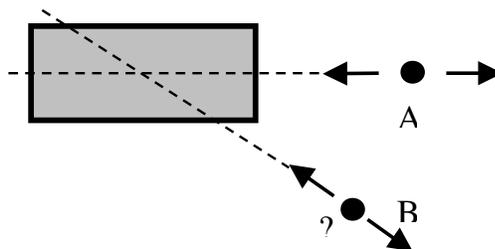
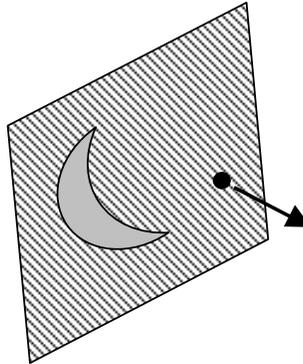


Figura 3. Interação entre um retângulo carregado e uma carga de prova.

Se a pequena carga de prova estiver na posição A, poderemos afirmar que a força sobre ela terá a direção do centro do retângulo. Mas e se a carga de prova estiver em uma outra posição, como B? Será que a força terá a direção do centro do retângulo? A resposta não é evidente. Poderíamos argumentar que a metade do retângulo que está mais próxima da carga de prova produz uma força maior do que a metade mais distante, e que por isso a direção da força não será a direção do centro do retângulo, mas uma direção um pouco diferente. Qual? Não podemos saber sem fazer cálculos.

No entanto, existe uma coisa que podemos saber *com certeza*: se o retângulo e a carga estiverem no mesmo plano, a força entre eles também estará no mesmo plano. Ou seja, se imaginarmos que o retângulo e a carga de prova estão sobre esta folha de papel, como na figura 4, não existe nenhum motivo para imaginarmos que a carga poderia sofrer uma força para fora da folha (para cima ou para baixo do papel).

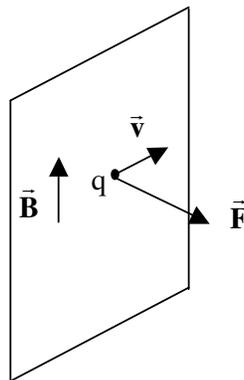


**Figura 4.** Força fora do plano definido por um corpo plano carregado e uma carga de prova.

Não só no caso do retângulo, mas no caso de *qualquer* forma plana, se uma carga elétrica de prova estiver perto de um corpo plano com carga elétrica e se ambos estiverem no mesmo plano, é *impossível conceber* que a força entre eles empurre (ou puxe) a carga elétrica *para fora do plano*. A força estará, necessariamente, em alguma direção pertencente ao próprio plano onde estão a figura e a carga de prova. Apesar de parecer muito estranha a existência de uma força fora do plano, ela existe. Podemos ver isso no eletromagnetismo.

### 3. A “regra da mão direita”

Vamos analisar a força  $\vec{F}$  agindo sobre uma carga elétrica  $q$  com velocidade  $\vec{v}$  em um campo magnético uniforme  $\vec{B}$ . A força  $\vec{F}$  é dada por  $\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$ . Isto significa que a força que age sobre a carga é perpendicular ao campo e à velocidade. Como o campo magnético e a velocidade definem um plano, seria esperado que a carga continuasse a se mover neste plano; no entanto, não é isso que ocorre. Aparece uma força perpendicular ao plano, sem nenhum motivo aparente, que desvia a carga para fora do plano, como representado na figura 5.



**Figura 5.** Força sobre uma carga em movimento em um campo magnético.

Qualquer um poderia se perguntar: como o movimento da carga no mesmo plano do campo pode criar algo perpendicular ao plano? Alguém poderia tentar responder: “Porque o produto vetorial em  $\mathbf{F}=q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$  produz um vetor perpendicular a  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{B}$ ” ou ainda “Por causa da regra da mão direita”. Mas essas não são explicações físicas; apenas descrevem a regra matemática utilizada.

Esta questão raramente é discutida nos livros texto<sup>3</sup>. Para entendermos melhor este fenômeno, vamos usar o princípio de simetria de Curie e analisar a simetria das grandezas físicas envolvidas na força magnética sobre uma carga em movimento, já que o conhecimento das simetrias é fundamental para facilitar o nível de compreensão dos fenômenos físicos, particularmente dos fenômenos eletromagnéticos.

#### 4. O princípio de simetria de Pierre Curie

Argumentos envolvendo as condições de simetria de um sistema são usados freqüentemente, mas normalmente não se dá importância em definir a simetria de um fenômeno, pois se pensa que as condições de simetria são simples e evidentes *a priori*. Existem muitas situações físicas em que podemos prever o que vai acontecer utilizando apenas argumentos de simetria. Raciocínios de simetria são comuns na física e muitas vezes nem nos damos conta daquilo que está por trás desses argumentos.

O conceito de simetria é tão intuitivo que já era utilizado na Antigüidade, por vários filósofos. Por exemplo: os mais antigos filósofos gregos discutiam por qual motivo a Terra não se movia de sua posição (ou, mais exatamente, por que ela não caía, como as pedras caem). Anaximandro (séc. VI a. C.) deu uma solução para o problema baseado em um argumento de simetria: supondo-se que o universo é esférico e que a Terra está no centro do universo, não haveria nenhum motivo para que ela se movesse para qualquer lado: “A Terra está equilibrada sozinha, sem ser sustentada por coisa alguma e permanece onde está por causa de estar equidistante de todas as outras coisas” (Cohen & Drabkin 1958, p. 92). Arquimedes usou esse tipo de argumento em seu trabalho *Sobre o Equilíbrio dos Planos* escrito no século III a.C. Em seus estudos sobre estática, postulou: “Corpos de pesos iguais localizados a distâncias iguais estão em equilíbrio e pesos iguais a distâncias diferentes não estão em equilíbrio e se inclinam na direção do peso que está a maior distância” (Cohen & Drabkin 1958, p. 186).

Se aplicarmos este postulado de Arquimedes para analisarmos uma balança de braços de mesmo comprimento e pratos iguais (figura 6) parece-nos óbvio que a balança permanecerá em equilíbrio se os pesos sobre os pratos forem iguais. Mas por que isso nos parece óbvio? A resposta é “por uma questão de simetria”. Além disso, também nos parece óbvio que ocorre movimento da balança apenas quando os pesos ou os braços das balanças são diferentes. Novamente o motivo para acharmos isso óbvio está relacionando com simetria, mas agora com a *assimetria* entre os braços ou os pesos.

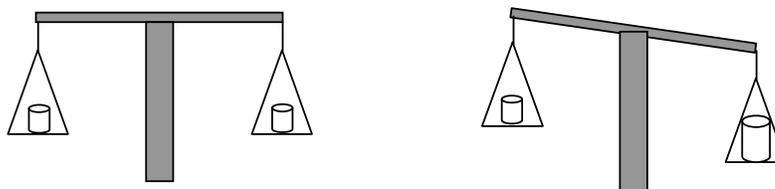
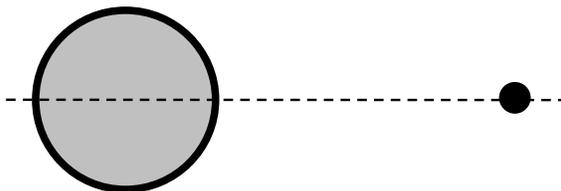


Figura 6. Balança de pratos em equilíbrio e fora do equilíbrio.

<sup>3</sup> O livro Nussenzveig 1997, p. 129 cita rapidamente que a força e a velocidade são vetores polares enquanto que o campo magnético é um vetor axial, mas não discute em detalhes as implicações desta diferença. Os livros didáticos para o ensino médio nem ao menos citam que há tipos diferentes de vetores.

Este exemplo da balança nos permite perceber que, para que ocorra algum movimento da balança (fenômeno), é necessário que haja alguma assimetria nos pesos ou no tamanho dos braços (causas). Essa é uma das idéias centrais da análise que Curie fez a respeito da simetria: a assimetria é a causa dos fenômenos.

A análise que Pierre Curie fez dos conceitos de simetria é bastante complexa. Vamos explicar aqui apenas alguns aspectos do seu trabalho. Para entendermos as idéias gerais do princípio de Curie vamos, agora, retornar à primeira situação física que analisamos.



Se tivermos uma esfera carregada eletricamente e uma carga de prova próxima a ela (como havíamos descrito) que tipos de fenômenos podem surgir em um sistema como esse? É aqui que Pierre Curie introduziu um princípio de simetria dos fenômenos físicos: “A simetria das causas se mantém nos efeitos” (Curie 1894, p. 400). Se um sistema possui um certo tipo de simetria, todos os fenômenos que surgem nesse sistema devem conservar aquela simetria. No caso que estamos considerando, se surgisse uma força que *não* tivesse a direção da reta que une os centros das duas cargas, isso seria uma quebra da simetria inicial e violaria o princípio de Curie.

Curie discutiu as condições necessárias para a existência de fenômenos físicos e, de acordo com ele, certos elementos de simetria podem coexistir com certos fenômenos, mas eles não são necessários para a existência dos fenômenos. O que é necessário é que certos elementos de simetria *não existam*, ou seja, é a *assimetria* que cria o fenômeno. Assim, as operações que indicam uma assimetria, indicam uma propriedade possível do sistema, como no caso da balança de braços desiguais exposto acima. Curie afirmou que os elementos de simetria de um fenômeno permanecem nos efeitos produzidos e que quando um fenômeno revela uma assimetria, essa assimetria deve estar presente nas causas deste fenômeno. Isso significa que podemos conhecer a assimetria das causas de um fenômeno observando a assimetria dos efeitos produzidos (Curie 1894, p. 401):

1. Quando certas *causas* produzem certos efeitos, os elementos de simetria das causas devem aparecer nos efeitos produzidos.
2. Quando certos *efeitos* revelam uma certa assimetria, tal assimetria deve aparecer nas causas que os produziram.

A assimetria é a característica importante pois não é possível deduzir a existência de uma simetria na causa a partir da existência de uma simetria no efeito já que os efeitos produzidos podem ser muito mais simétricos que suas causas. Além disso, várias assimetrias podem se combinar e resultar em um efeito simétrico, como ocorre em efeitos macroscópicos dependentes de fatores microscópicos que simetizam as perturbações recebidas (causas). Também não podemos afirmar que uma assimetria nas causas permaneça nos efeitos pois certas causas de assimetria podem não influenciar certos fenômenos.

O método usado por Curie requer o conhecimento da simetria de algumas grandezas físicas como ponto de partida e assume que cada fenômeno físico é caracterizado por uma única simetria. Uma das principais conseqüências do princípio de Curie é estabelecer o papel da assimetria como condição necessária para a existência de algum fenômeno físico.

Há uma grande classe de circunstâncias nas quais o princípio de simetria tem poder de previsão e pode ser usado como heurística na formulação de novas teorias. O princípio de Curie tem um poder preditivo pois estabelece restrições para as situações possíveis nas quais as leis

envolvidas são deterministas e conhecidas. O princípio de Curie também pode ser útil para checar soluções analíticas de problemas e para obter soluções parciais para problemas complicados sem ter que resolvê-los analiticamente (Chalmers 1970, p. 134).

#### 4. Conceitos básicos de simetria

Os conceitos básicos de simetria não se originam na física e sim na geometria. Auguste Bravais (1811-1863), físico e mineralogista francês, sistematizou esses conceitos e os aplicou à classificação de cristais. A conceituação apresentada a seguir, baseia-se em um artigo que ele publicou em meados do século XIX (Bravais 1849).

Um dos conceitos básicos da teoria de simetria é o de “plano de simetria”. Uma figura é simétrica em relação a um certo plano se sua reflexão nesse plano coincide com a própria figura. Consideremos, por exemplo, a figura 7. Se colocarmos um espelho perpendicular ao papel, sobre essas figuras, na posição indicada pelas linhas tracejadas, veremos que a imagem de uma metade da figura é igual à outra metade.

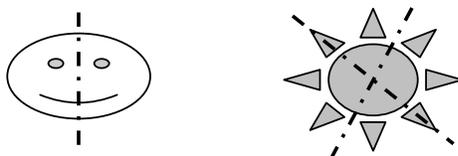


Figura 7. Planos de simetria por reflexão.

No caso dessas duas figuras, a primeira possui apenas um plano de simetria. No caso da segunda, podemos perceber que há 8 diferentes planos de simetria (de 2 tipos diferentes).

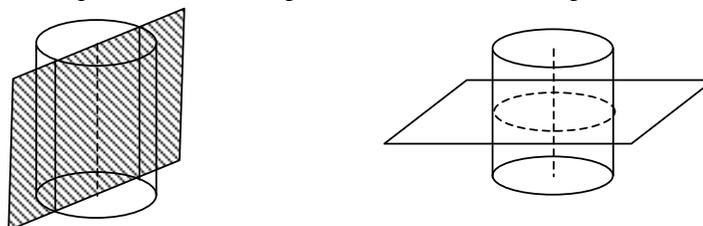


Figura 8. Planos e eixo de simetria de um cilindro.

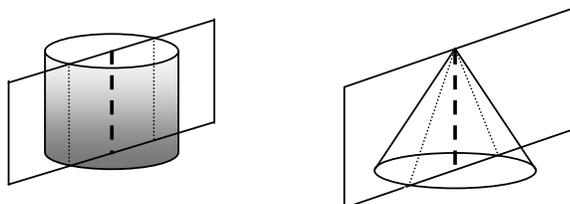
Consideremos, por exemplo, um cilindro e um plano que passa pelo eixo do cilindro (figura 8). Cada uma das duas metades do cilindro é igual à reflexão da outra metade nesse plano. Pode-se dizer que o cilindro é igual à sua própria imagem, refletida nesse plano. Portanto, esse é um *plano de simetria* do cilindro.

No caso do cilindro, *qualquer* plano que passe pelo seu eixo é um plano de simetria. Existem, portanto, infinitos planos de simetria passando pelo eixo de um cilindro. Além disso, existe um plano de simetria *perpendicular* ao eixo do cilindro, cortando-o ao meio. Cada uma das metades do cilindro, refletida nesse plano, coincide com a outra metade (figura 8).

No caso de uma esfera, qualquer plano que passe pelo seu centro é um plano de simetria, pois a reflexão de uma das metades da esfera é igual à outra metade. Além disso, qualquer diâmetro da esfera é um eixo de simetria, pois qualquer plano que passe por um diâmetro será um plano de simetria. A esfera tem infinitos planos de simetria e infinitos eixos de simetria.

Consideremos agora outros tipos de objetos geométricos (figura 9). Consideremos um cone, ou um cilindro não homogêneo (um cilindro cuja cor ou densidade ou temperatura varie em

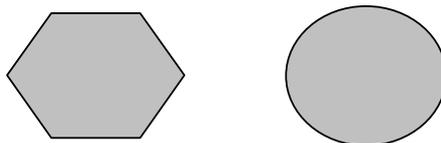
função da altura considerada). Nesses dois casos, o eixo do cilindro e o do cone são eixos de simetria: qualquer plano que passe por esses eixos é um plano de simetria, pois a reflexão do cilindro (ou do cone) nesses planos é igual ao próprio cilindro (ou cone). No entanto, não existe nenhum plano *perpendicular* ao eixo dessas figuras que seja um plano de simetria, porque as partes de cima e de baixo desses objetos são diferentes entre si.



**Figura 9.** Simetria por reflexão de um cilindro não homogêneo e de um cone.

Algumas figuras geométricas, além de possuírem simetria de reflexão, possuem simetria de rotação. Consideremos, por exemplo, o hexágono e o círculo da figura 10. Se o hexágono girar em torno do seu centro (ou, mais exatamente, em torno de um eixo perpendicular ao plano do hexágono e que passa pelo seu centro), no próprio plano da página, um ângulo múltiplo de  $60^\circ$ , ele ficará idêntico à figura original. Além disso, ele possui 6 planos de simetria (de 2 tipos diferentes), passando por pares de vértices opostos ou pelo ponto médio de lados opostos.

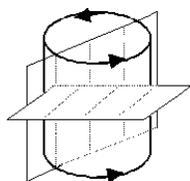
No caso do círculo, qualquer rotação em torno do eixo que passa pelo seu centro (perpendicular ao círculo) faz com que a figura fique idêntica à figura original. Essas duas figuras possuem *centro de simetria*, *eixo de simetria* (perpendicular às figuras), outros eixos de simetria (no plano da figura) e diversos *planos de simetria*.



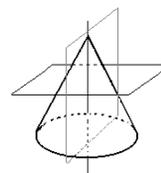
**Figura 10.** Um hexágono e um círculo possuem simetria de rotação.

Pensemos em um sólido de revolução (como um cone, ou uma esfera, um elipsóide de revolução, um cilindro ou um disco). Todos eles possuem um eixo de simetria. Além disso, todos esses exemplos possuem também um plano de simetria perpendicular ao eixo de simetria. Imaginemos, agora, que um desses sólidos está girando em torno desse eixo. Esse movimento de rotação diminui a simetria do sistema. A simetria de um corpo parado é diferente da simetria do mesmo corpo girando (figura 11).

O cilindro em rotação não é simétrico em relação a reflexões nos planos que passam por seu eixo pois uma metade do cilindro refletida no plano é diferente de sua imagem, isto é, ambas giram em sentidos contrários, como mostrado abaixo. No entanto, o cilindro em rotação é simétrico com relação a qualquer plano perpendicular a seu eixo, passando por seu centro, isto é, uma metade do cilindro é igual a sua imagem refletida no plano.



**Figura 11a.** Um cilindro em rotação não é simétrico com relação aos planos que passam por seu eixo.



**Figura 11b.** Um cone não é simétrico com relação aos planos perpendiculares a seu eixo.

Para podermos discutir melhor a aplicação dos conceitos de simetria a fenômenos físicos, é necessário esclarecer os elementos de simetria de vários entes físicos, como velocidade, força, campos elétrico e magnético. Consideremos primeiramente as grandezas mecânicas. A grandeza cinemática básica é o deslocamento de um ponto material (figura 12). Esse deslocamento, que representamos usualmente por meio de um vetor, tem a natureza de um segmento de reta orientado.

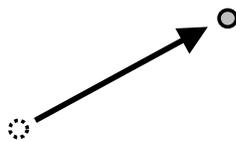


Figura 12. Vetor deslocamento e sua simetria polar.

De fato, o deslocamento de um ponto material pode ser pensado como um segmento de reta que une sua posição inicial e sua posição final, e que indica o *sentido* do deslocamento, como mostra a figura acima. Um segmento de reta orientado tem o mesmo tipo de simetria que um cone ou o cilindro não-homogêneo acima. Esse segmento de reta é um eixo de simetria, mas o plano perpendicular a esse segmento de reta que o corta ao meio não é um plano de simetria porque as duas extremidades dessa reta orientada são diferentes entre si.

Dá-se o nome de “vetores polares” às grandezas que possuem o mesmo tipo de simetria que um segmento de reta orientada. É fácil associar esse nome ao conceito, pensando-se nas duas extremidades desses vetores como se fossem “pólos” de tipos diferentes.

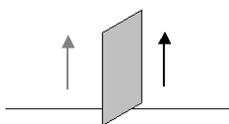
A velocidade é, essencialmente, um deslocamento (vetor polar) dividido por um tempo (que é um escalar) e, por isso, a velocidade é também um vetor polar. Pelo mesmo motivo, a aceleração é também um vetor polar. As forças são também consideradas vetores polares. Podemos justificar isso utilizando a segunda lei de Newton, sob a forma: **força = massa x aceleração**. Se a aceleração é um vetor polar e a massa é um escalar, então a força deve ser também um vetor polar.

Note-se que, nesse argumento, utilizamos duas suposições importantes. Uma delas, explícita, foi a de que a massa é um escalar. A outra, implícita, foi a de que duas coisas iguais entre si devem ter simetrias de mesma natureza. Se força é o produto da massa pela aceleração, então a simetria da força deve ser igual à simetria da aceleração, porque a massa é um escalar.

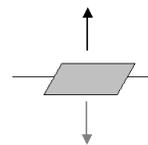
As grandezas físicas que são representadas por vetores têm ou a mesma simetria de um cone ou de um cilindro girando. Grandezas vetoriais que são representadas por segmentos de retas orientadas, tais como deslocamento, velocidade, força e campo elétrico exibem a mesma simetria de um cone.

Se todas as grandezas da física fossem escalares ou vetoriais, a física seria muito simples, sob o ponto de vista da simetria. Mas existem importantes grandezas físicas de outro tipo. Há também as grandezas relacionadas com rotações e resultantes de um produto vetorial tais como as que correspondem a velocidade angular, torque, momento angular, campo magnético e que exibem a mesma simetria de um cilindro girando. Podemos associar estes dois tipos de simetria a dois tipos distintos de vetores: vetores polares (vetores propriamente ditos) e vetores axiais (pseudo-vetores).

Um cone possui a mesma simetria que um vetor polar e um cilindro girando em torno de seu eixo possui a mesma simetria que um vetor axial. Para exibir as propriedades de simetria de um vetor, vamos considerar reflexões em planos paralelos e perpendiculares ao vetor. Um vetor simétrico não muda de sinal em uma reflexão e um antissimétrico muda. Vetores polares são simétricos com relação a reflexões em um plano paralelo pois o vetor refletido possui a mesma direção que o vetor original (figura 13a). Por outro lado, os vetores polares são antissimétricos com relação a reflexões em um plano perpendicular pois a direção do vetor refletido é oposta ao vetor original (figura 13b).

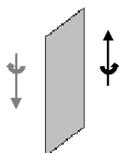


**Figura 13a.** Um vetor polar é simétrico com respeito a uma reflexão paralela.

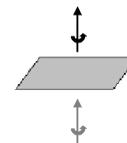


**Figura 13b.** Um vetor polar é antissimétrico com relação a uma reflexão perpendicular.

Os vetores axiais são antissimétricos com respeito a reflexões em um plano paralelo (figura 14a) e simétricos com relação a reflexões em um plano perpendicular (figura 14b) (Altmann 1990, pp. 23-25).



**Figura 14a.** Um vetor axial é antissimétrico com relação a uma reflexão em um plano paralelo.



**Figura 14b.** Um vetor axial é simétrico com relação a uma reflexão perpendicular.

Tanto um vetor polar quanto um axial têm três componentes e o mesmo símbolo é usado para representar ambos, embora eles sejam dois objetos completamente diferentes.

Para analisar os fenômenos eletromagnéticos, é importante considerar dois grupos de simetria contendo um eixo de isotropia: o grupo do cone (campo elétrico, força, velocidade, etc) e também o grupo de um cilindro rodando ao redor de seu eixo (campo magnético, torque, velocidade angular).<sup>4</sup>

## 5. A experiência de Ørsted e o princípio de Curie

A busca pela relação entre eletricidade e magnetismo no início do século XIX era guiada por uma suposição sobre as semelhanças entre as simetrias dos fenômenos elétricos e magnéticos, como exemplo da busca das interações entre fenômenos elétricos e magnéticos há o resultado positivo obtido por Ritter sobre efeitos magneto-químicos análogos à eletrólise (Martins 1986) e a descoberta do eletromagnetismo em 1820 por Hans Christian Ørsted (1777-1851). Vamos analisar a descoberta do eletromagnetismo utilizando argumentos modernos de simetria e não fazer uma reconstrução histórica<sup>5</sup>.

Nesta experiência, um fio condutor percorrido por uma corrente elétrica gera um campo magnético capaz de girar uma agulha imantada, como mostrado na figura 15.

<sup>4</sup> Curie discute quatro grupos de simetria que têm como elemento de simetria um eixo isotrópico, isto é, um eixo em relação ao qual qualquer rotação é uma transformação simétrica. Os quatro grupos são: o grupo cujos elementos são transformações simétricas que podem ser executadas em um cilindro em repouso; os membros dos conjuntos das transformações simétricas executadas em um sistema composto por dois cilindros coaxiais rodando em sentidos opostos; os conjuntos de setas; e os de um cilindro rodando ao redor seu eixo. Todos são subgrupos do grupo formado pela simetria de um cilindro em repouso.

<sup>5</sup> Para uma reconstrução histórica da descoberta do eletromagnetismo por Ørsted veja Martins 1986 e Martins 2003.

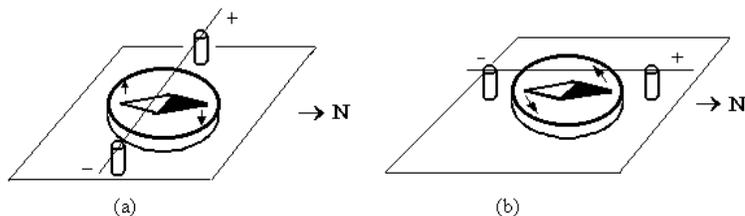


Figura 15. Representação esquemática da experiência de Ørsted.

Nos primeiros experimentos de Ørsted o fio era colocado perpendicularmente sobre a agulha magnética na direção Leste-Oeste (a); ele esperava que os pólos magnéticos se movessem para ficarem paralelos ao fio na direção oposta, produzindo uma rotação da agulha, mas nenhum efeito foi observado<sup>6</sup>. No entanto, quando a corrente elétrica percorre o fio condutor colocado acima de uma agulha magnética, na direção Norte-Sul, a agulha magnética gira como mostrado pelas setas na figura 15b.

Provavelmente Ørsted insistiu na configuração perpendicular por anos já que a configuração paralela não deveria apresentar nenhum resultado positivo. Nesta configuração, o fio e a agulha determinam um plano que, aparentemente, é o plano vertical de simetria do sistema. Poderíamos esperar algum movimento da agulha no plano, do tipo a agulha ser atraída ou repelida pelo fio ou ter um de seus pólos atraído e o outro repelido pelo fio mas não a deflexão da agulha para fora do plano e sempre para o mesmo lado. O surpreendente do experimento de Ørsted é a rotação da agulha em um sentido determinado sem uma causa aparente<sup>7</sup>.

Em termos do conceito de simetria, diríamos que a configuração (a) é a configuração antissimétrica e a configuração (b) é a simétrica. Como discutido acima, o esperado seria algum efeito na configuração antissimétrica pois é a assimetria de um sistema que possibilita a existência de algum fenômeno. Para entendermos o que acontece neste experimento em termos do princípio de simetria de Curie, devemos olhar com mais atenção para a simetria das grandezas envolvidas. À primeira vista, estamos considerando que as grandezas elétricas (corrente elétrica) e as grandezas magnéticas (agulha imantada) tem as mesmas propriedades de simetria. Mas será que isso é verdade?

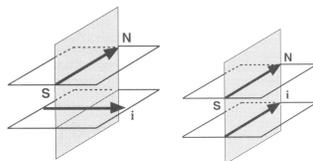
Para respondermos a esta pergunta, vamos fazer uma análise mais geral das questões sobre simetrias envolvidas na experiência de Ørsted representando a corrente pelo vetor  $\vec{i}$  e a agulha magnética pelo vetor  $\vec{u}$ , não importando se são vetores polares ou axiais, por enquanto<sup>8</sup>.

Há muitas alternativas possíveis para as posições relativas entre o fio e a agulha. As duas extremas são suficientes para a análise e por isso vamos analisar o que ocorre quando o fio está paralelo e perpendicular ao plano meridiano da agulha. Do ponto de vista da simetria, essas configurações são, respectivamente, simétrica e antissimétrica com relação a uma reflexão no plano meridiano e estão representadas na figura 16.

<sup>6</sup> Nesta posição, de acordo com o conhecimento atual, a agulha magnética sofre uma força no plano vertical, não produzindo nenhum efeito observável.

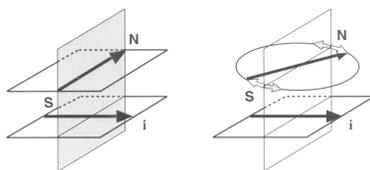
<sup>7</sup> Normalmente se interpreta a descoberta de Ørsted como sendo resultado do acaso, mas o estudo da história da descoberta do eletromagnetismo por Ørsted mostra que foi preciso muito mais que sorte e que várias idéias pré-concebidas sobre as propriedades de simetria do fenômeno tiveram que ser superadas, veja Martins 1986 e Martins 2003.

<sup>8</sup> A discussão abaixo foi baseada em Altmann 1992, pp. 15-20.



**Figura 16.** Configurações antissimétrica e simétrica.

Vamos começar analisando o caso antissimétrico. Neste caso, a causa é antissimétrica e espera-se um efeito antissimétrico também, como mostra a figura 17. As configurações antissimétricas que poderiam gerar algum efeito sobre a agulha são: o fio acima da agulha e perpendicular a ela em um plano horizontal e o fio colocado verticalmente ao lado de uma das extremidades da agulha.



**Figura 17.** Configuração antissimétrica e efeito não nulo esperado

Na configuração antissimétrica não há um plano que seja plano de simetria para os dois vetores simultaneamente. Neste caso, se espera uma rotação da agulha magnética indicada pelas setas brancas pois esta rotação também é antissimétrica. Nesta configuração a simetria (ou melhor, a assimetria) é conservada após o movimento da agulha, isto é, a simetria da causa é a mesma que a do efeito e por isso se espera um resultado não nulo para o experimento. No entanto, surpreendentemente, esta configuração não apresenta efeito algum.

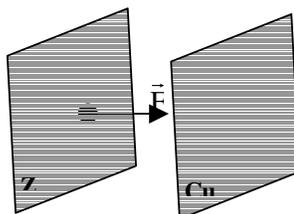
Na configuração simétrica mostrada na figura 16, há um plano vertical que contém o fio e a agulha. Este plano é, aparentemente, um plano de simetria do sistema pois não há nada que diferencia um lado do plano do outro. Quando a corrente elétrica é ligada a simetria deveria manter-se a mesma e não haveria, aparentemente, nenhum motivo para a agulha girar para nenhum dos dois lados do plano. Caso haja algum resultado ele será antissimétrico, de modo que a simetria não se conservará. Logo para que a simetria se conserve não pode haver movimento da agulha.

Observando as configurações simétricas e antissimétricas, vemos que há apenas dois planos de simetria possíveis para ambas. Os planos de simetria possíveis são um plano de simetria perpendicular ao fio e à agulha e um plano paralelo ao fio e perpendicular à agulha, e vice versa, como mostra a figura abaixo. A rotação da agulha, não importa qual a configuração entre ela e o fio, quebra qualquer simetria em relação aos dois planos. Isto implica que qualquer rotação da agulha é incompatível com a existência de um plano de simetria no sistema.

De acordo com o princípio de Curie, a rotação da agulha só é possível caso os vetores  $\vec{i}$  e  $\vec{u}$  tenham simetrias diferentes, isto é, sejam de tipo diferentes (polar ou axial). Com esta hipótese nenhum dos planos será plano de simetria para os dois vetores simultaneamente e com isso há a possibilidade da existência de algum efeito no sistema. Sob este aspecto, a experiência de Ørsted é uma experiência de determinação de simetria relativa entre os vetores  $\vec{i}$  e  $\vec{u}$ . O que ela nos permite saber é que os vetores  $\vec{i}$  e  $\vec{u}$  obrigatoriamente têm simetrias diferentes, mas não temos como saber qual a simetria de cada um deles individualmente. Para isso outros experimentos são necessários.

A estranha simetria do fenômeno descoberto por Ørsted parecia indicar que a eletricidade e o magnetismo, embora inter-relacionados, possuíam estruturas muito diferentes. Os argumentos acima indicam que *é impossível que o campo elétrico e magnético sejam vetores do mesmo tipo*. Para determinar qual a simetria do próprio campo elétrico e do campo magnético, Curie estudou outros fenômenos relacionados ao eletromagnetismo, como a eletrólise e a rotação do plano de polarização da luz.

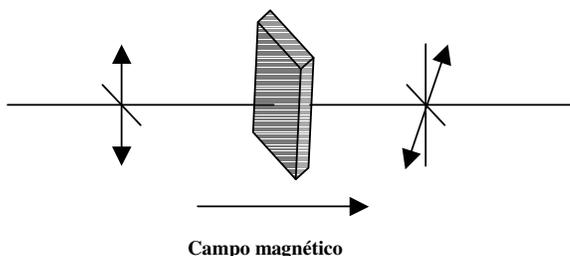
Curie estudou o campo elétrico entre duas placas de zinco e cobre, como as placas de um capacitor, para determinar que a simetria do campo elétrico é a mesma simetria de uma seta (Curie 1894, pp. 403-404). Uma carga colocada em algum ponto do campo também indica que o campo tem a simetria de uma seta pois esta carga perceberá uma força (efeito do campo) que tem a simetria de uma seta, como mostrados na figura 18. Com isso, concluímos que a simetria do campo elétrico é justamente a simetria de uma seta. É a mesma simetria de uma força, de uma velocidade e da atração gravitacional. Todos esses fenômenos são representados por uma flecha do ponto de vista de simetria.



**Figura 18.** Uma carga carregada entre as placas de um capacitor sofre uma força com simetria polar.

Podemos determinar a simetria da corrente elétrica considerando uma situação na qual um campo elétrico é causa de uma corrente elétrica e outra situação na qual a corrente elétrica é causa da decomposição química na eletrólise. Analisando essas situações concluímos que a simetria da corrente elétrica também é a simetria de uma seta. As simetrias da corrente elétrica e da polarização elétrica são, necessariamente as mesmas do campo elétrico pois ele é causa destes fenômenos (Curie 1894, p. 404).

Uma vez determinada a simetria polar do campo elétrico, o campo magnético deve necessariamente ter uma simetria axial. Curie discutiu vários experimentos que confirmam isso, entre eles a rotação do plano de polarização da luz que confirma a simetria axial do campo magnético. Consideremos o efeito Faraday. Se tomarmos um sólido (vidro) que não produz rotação do plano de polarização da luz, e se aplicarmos a esse sólido um forte campo magnético (com a direção do campo sendo paralela à direção de propagação da luz), o sólido adquirirá novas propriedades e produzirá a rotação do plano de polarização da luz, como mostrado na figura 19.



**Figura 19.** Efeito Faraday e a rotação do plano de polarização da luz após a aplicação de um campo magnético.

Antes da aplicação do campo magnético, o efeito não existia; a aplicação do campo magnético introduziu algum tipo de assimetria que causou o novo efeito. Portanto, o campo

magnético não tem simetria em relação à reflexão em um plano paralelo ao campo. Logo, ele não pode ser um vetor polar e deve ser um vetor axial.

Não teríamos como saber qual é a simetria característica dos campos elétrico e magnético se conhecêssemos apenas os fenômenos gerais de eletricidade, como eletricidade estática, eletricidade dinâmica, do magnetismo, do eletromagnetismo e da indução. Poderíamos, por exemplo, escolher para o campo magnético a simetria que atribuímos ao campo elétrico (a simetria da flecha ou cone), o que nos obrigaria a atribuir para o campo elétrico a simetria que anteriormente atribuímos ao campo magnético (a simetria do cilindro girando). Isso não levaria a nenhum absurdo com relação a nossa hipótese inicial sobre a simetria completa da matéria em movimento.

Os argumentos usados acima para determinar as simetrias contêm a hipótese de que a carga elétrica é uma quantidade escalar fundamental. Se estivéssemos trabalhado com a hipótese da existência de monopólos magnéticos como “carga” fundamental básica, as considerações acima teriam levado ao campo magnético como tendo a simetria de uma seta e o campo elétrico e a corrente com a simetria de um cilindro girando<sup>9</sup>. Isso não quer dizer que os monopólos magnéticos sejam impossíveis se o campo magnético é axial, e sim que os monopólos, caso existissem, teriam que ser grandezas pseudo-escalares<sup>10</sup>.

## 6. Representação de grandezas físicas diferentes

Os campos elétrico e magnético são, obrigatoriamente, grandezas com simetrias diferentes, como pode ser concluído da experiência de Ørsted. No entanto, ambos são representados pelo mesmo símbolo, isto é, ambos costumam ser representados por uma flecha (Curie 1894, p. 456). Curie apontou em 1894 que o costume de se representar o campo magnético por uma flecha é problemático do ponto de vista da simetria, visto que o campo magnético não se modifica por uma reflexão em um plano normal à sua direção mas muda de sentido por uma reflexão em um plano que paralelo à sua direção. Isto é exatamente o contrário do que acontece com uma flecha (Curie 1894, p. 407).

De acordo com o princípio de Curie é impossível que o campo elétrico e magnético sejam vetores da mesma natureza, por isso associamos entidades geométricas diferentes a cada um deles e tratamos o campo elétrico como vetor polar e o campo magnético como vetor axial (ou pseudo-vetor) (Martins, 1988).

No caso da experiência de Ørsted, considerando o ímã também com a simetria de uma seta, a causa (ímã e corrente) é simétrica sob reflexão, mas o efeito (deflexão da agulha) não é. Diante desta situação, podemos supor que o princípio de Curie não é válido e que as leis do eletromagnetismo não são invariantes sob reflexão do sistema de coordenadas ou então modificar a descrição da causa do fenômeno. Para o princípio permanecer válido, ou a corrente ou o ímã deve ser assimétrico sob reflexão (normalmente, escolhemos o ímã como sendo o “culpado”, ou seja, com simetria axial). A razão para tal paradoxo está em identificarmos a simetria dos ícones com a simetria dos objetos que eles representam.

No início do século XX, alguns autores com Paul Langevin e Woldemar Voigt discutiram aspectos conceituais e a melhor notação para representar os diferentes tipos de vetores e chegaram a propor novos símbolos para representar grandezas com simetria polar e axial.<sup>11</sup>

<sup>9</sup> Chalmers 1970, p. 139 e Martins 1988, p. 55.

<sup>10</sup> Se um número real  $A$  é uma função do vetor posição  $\mathbf{r}$  de tal modo  $A(\mathbf{r}) = \pm A(-\mathbf{r})$ , então  $A$  é ou um escalar ou um pseudo-escalar, se o sinal  $+$  ou  $-$  prevalecer.

<sup>11</sup> Nem mesmo os inventores do cálculo vetorial usado atualmente perceberam que há dois tipos de vetores com propriedades de simetria diferentes (Silva & Martins 2002).

Paul Langevin notou em 1912 que o uso do mesmo símbolo para representar grandezas distintas esconde as propriedades de simetria diferentes das grandezas (Langevin 1912, p. 3). Ele recomendou que seria necessário empregar diferentes símbolos para denotar os tipos diferentes de grandezas físicas. Além disso, deveria ser fácil imprimir tipograficamente os símbolos e desejável usar caracteres comuns para representar as grandezas.

Langevin propôs uma seta arredondada para identificar vetores axiais, uma seta reta para identificar vetores polares e um ponto abaixo da letra usada para representar uma grandeza pseudo-escalar. Os símbolos propostos são  $\overset{\circ}{\mathbf{B}}$ ,  $\bar{\mathbf{B}}$  and  $\alpha$ .

Woldemar Voigt propôs em 1910 o uso de símbolos diferentes para representar os vetores polares e axiais, sem propor nenhum símbolo especial para representar as grandezas pseudo-escalares (Voigt 1910, p. 130):



**Figura 19.** Os símbolos propostos por Voigt para representar vetores polares e axiais.

Apesar da importância do uso de símbolos diferentes para representar grandezas diferentes, Langevin e Voigt não conseguiram fazer com que suas sugestões fossem aceitas e incorporadas na notação usada pelos físicos e matemáticos.

## 7. Comentários finais

Pierre Curie estabeleceu que, para que ocorra algum fenômeno, é necessário que haja uma assimetria na configuração das grandezas envolvidas. A discussão da experiência de Ørsted sob a luz do trabalho de Curie sobre simetria mostra que os fenômenos gerais do eletromagnetismo nos conduzem apenas a uma relação entre as simetrias dos campos elétrico e magnético, de tal sorte que se adotarmos a simetria polar para o campo elétrico, somos obrigados a adotar a simetria axial para o magnético e vice-versa. Devido a essa indeterminação, fomos obrigados a buscar outros fenômenos para determinar a simetria dos campos (fenômenos eletroquímicos e a rotação do plano de polarização da luz). Além disso, Curie sugeriu símbolos diferentes para representar as grandezas com simetrias diferentes.

Apesar de Curie ter publicado seu trabalho em 1894, atualmente as propriedades de simetria das grandezas eletromagnéticas são raramente discutidas devido ao costume de se usar setas para representar todos os tipos de grandezas vetoriais. A notação tradicional de setas para representar tanto vetores polares quanto axiais torna difícil perceber que as o campo elétrico e o campo magnético são grandezas com simetrias diferentes. O campo elétrico, bem como a força e a velocidade são grandezas físicas com simetria polar enquanto que o campo magnético, o torque e a velocidade angular têm simetria axial.

No caso específico deste artigo, o estudo histórico nos permite rever as raízes de algumas dificuldades conceituais que permeiam o ensino do eletromagnetismo. Os livros didáticos ocultam essas dificuldades, já que não discutem as diferenças conceituais entre os vetores polares e axiais, no eletromagnetismo. A história da ciência nos permite compreender melhor essas dificuldades e perceber que os estudantes podem ter dúvidas muito pertinentes a respeito de coisas “óbvias” como a “regra da mão direita” no eletromagnetismo. No entanto, a solução para essas dificuldades não é puramente histórica: ele requer uma profunda discussão das propriedades de simetria dos dois tipos de vetores e o uso de uma nova notação.

## 7. Agradecimentos

A autora agradece o apoio recebido da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, que possibilitou o desenvolvimento desta pesquisa.

## 8. Bibliografia

- ALTMANN, Simon L. *Icons and symmetries*. Oxford : Clarendon Press, 1992.
- BOUWER, Wytze e SINGH, Amar. The historical approach to science teaching. *The Physics Teacher* **21** (4): 230-6, 1983.
- BRAVAIS, Auguste. Mémoire sur les polyèdres de forme symétrique. *Journal des Mathématiques Pures et Appliquées* **14** : 141-180, 1849.
- BRUSH, Stephen G. The role of history in the teaching of physics. *The Physics Teacher* **7** (5): 271-80, 1969.
- CHALMERS, A. F. Curie's principle. *British Journal for the Philosophy of Science* **21**: 133-148, 1970.
- COHEN, Morris R. & DRABKIN, I. E. *A Source Book in Greek Science*. Cambridge: Harvard University Press, 1958.
- CURRIE, Pierre. Symétrie dans les phénomènes physiques. *Journal de Physique Theoretique et Appliquée* **3**: 393-415, 1894.
- JUSTI, R. & GILBERT, J. History and philosophy of science through models: some challenges in the case of atom. *International Journal of Science Education* **22(9)**: 993-1009, 2000.
- LANGÉVIN, Paul. Notions Géométriques Fondamentales. *Encyclopédie des sciences mathématiques*, Vol V, Paris: Gauthier Villars, 1912.
- MARTINS, R. A. Contribuição do conhecimento histórico ao ensino do eletromagnetismo. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, **5**: 49-57, 1988.
- MARTINS, R. A. Ørsted e a descoberta do eletromagnetismo. *Cadernos de História e Filosofia da ciência* **10**: 89-114, 1986.
- MARTINS, R. A. Resistance to the discovery of electromagnetism: Ørsted and the symmetry of the magnetic field. Pp. 245-265, in: BEVILACQUA, Fabio & GIANNETTO, Enrico (eds.). *Volta and the history of electricity*. Pavia / Milano: Università degli Studi di Pavia / Editore Ulrico Hoepli, 2003.
- MATTHEWS, M. R. *Science Teaching – The role of History and Philosophy of Science*. New York: Routledge, 1994.
- NUSSENZVEIG, Moisés H. *Curso de física – Eletromagnetismo*. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1997.
- SILVA, Cibelle C. & MARTINS, Roberto de A. A teoria das cores de Newton: um exemplo do uso da história da ciência em sala de aula. *Ciência & Educação* **9(1)**: 53-65, 2003.
- SILVA, Cibelle C. & MARTINS, Roberto de A. Polar and axial vectors versus quaternions. *American Journal of Physics* **70**: 958-63, 2002.
- SILVA, Cibelle C. *Da força ao tensor: evolução do conceito físico e representação matemática do campo eletromagnético*. Tese (doutorado), Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas. Instituto de física “Gleb Wataghin”, 2002, capítulo 3.
- VOIGT, Woldemar. *Lehrbuch der Kristallphysik*. Leipzig: Druck und Verlag, 1910.